



УДК 537.872

В. Е. Пониматкин, А. А. Шпилевой, В. Л. Евстратов**О МЕТОДИКЕ РАСЧЕТА
ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ КАБЕЛЯ**

Предложена методика приближенного расчета компонент электромагнитного поля, создаваемого кабельной системой. Такой подход способствует эффективному решению проблемы электромагнитной совместимости радиоэлектронных средств в широком диапазоне изменений параметров кабельных структур.

45

This article presents a method for approximate calculation of the components of an electromagnetic field produced by a cable system. This approach contributes to an efficient solution to the problem of electromagnetic compatibility of radioelectronic equipment in a wide range of cable structure parameters.

Ключевые слова: дипольный источник, заземленные отрезки кабеля, квазистационарное электромагнитное поле.

Key words: dipole source, grounded cable lengths, quasi-stationary electromagnetic field.

В задачах по оценке электромагнитной совместимости радиоэлектронных средств зачастую возникает вопрос определения уровней электромагнитных полей, создаваемых у поверхности земли токами, протекающими в кабельных структурах. Традиционный алгоритм расчета [1] на практике может быть использован не всегда. Иногда возникает потребность многократных вычислений, что приводит к значительным затратам времени. Использование рекомендованных таблиц затруднено ввиду определенных условий нормирования, связанных со спецификой задач электропрофилирования. Обилие параметров в таблицах приводит к необходимости выбора крупного шага, препятствующего уверенному интерполированию. Во многих случаях вопрос оценки численных значений электромагнитного поля предшествует точному расчету или заменяет его. Исходя из вышесказанного, апробируем для решения задачи приближенную методику.

Рассмотрим случай прямолинейного провода, заземленного по концам (рис. 1). Используем принятую в [1] систему обозначений, считая, что нижнее полупространство ($Z < 0$) представляет собой однородную среду с удельной проводимостью σ и магнитной проницаемостью μ_0 . Квазистационарное поле в точке $M(x, y)$ на поверхности земли описывается уравнениями:

$$\begin{aligned}
 \dot{E}_x &= -\frac{\dot{I}}{2\pi\sigma} \cdot \left[\frac{\ell+x}{r_1^3} + \frac{\ell-x}{r_2^3} + \int_{-\ell}^{\ell} \frac{1-(1+kr) \cdot e^{-kr}}{r^3} d\eta \right]; \\
 \dot{E}_y &= \frac{\dot{I} \cdot y}{2\pi\sigma} \left[\frac{1}{r_2^3} + \frac{1}{r_1^3} \right]; \\
 \dot{H}_x &= \frac{\dot{I}}{2\pi} \cdot \left[\frac{y}{r_2^2} \cdot I_1\left(\frac{kr_2}{2}\right) \cdot K_1\left(\frac{kr_2}{2}\right) - \frac{y}{r_1^2} \cdot I_1\left(\frac{kr_1}{2}\right) \cdot K_1\left(\frac{kr_1}{2}\right) \right]; \\
 \dot{H}_y &= \frac{\dot{I}}{2\pi} \cdot \left\{ \frac{\ell+x}{r_1^2} \cdot I_1\left(\frac{kr_1}{2}\right) \cdot K_1\left(\frac{kr_1}{2}\right) - \frac{\ell-x}{r_2^2} \cdot I_1\left(\frac{kr_2}{2}\right) \cdot K_1\left(\frac{kr_2}{2}\right) + \right. \\
 &\quad \left. + \frac{k^2}{8} \int_{-\ell}^{\ell} \left[I_0\left(\frac{kr}{2}\right) \cdot K_0\left(\frac{kr}{2}\right) - I_2\left(\frac{kr}{2}\right) \cdot K_2\left(\frac{kr}{2}\right) \right] d\eta \right\}; \\
 \dot{H}_z &= \frac{\dot{I} \cdot y}{2\pi \cdot k^2} \cdot \int_{-\ell}^{\ell} \frac{3 - (3 + 3kr + k^2r^2) \cdot e^{-kr}}{r^5} \cdot d\eta, \quad (1)
 \end{aligned}$$

где $r = \sqrt{(n-\eta)^2 + y^2}$, η – текущая координата на кабеле; $r_1 = \sqrt{(\ell+x)^2 + y^2}$; $r_2 = \sqrt{(\ell-x)^2 + y^2}$; $I_0, I_1, I_2, K_0, K_1, K_2$ – модифицированные функции Бесселя, $k = \sqrt{j\omega\mu_0\sigma}$ – волновое число земли.

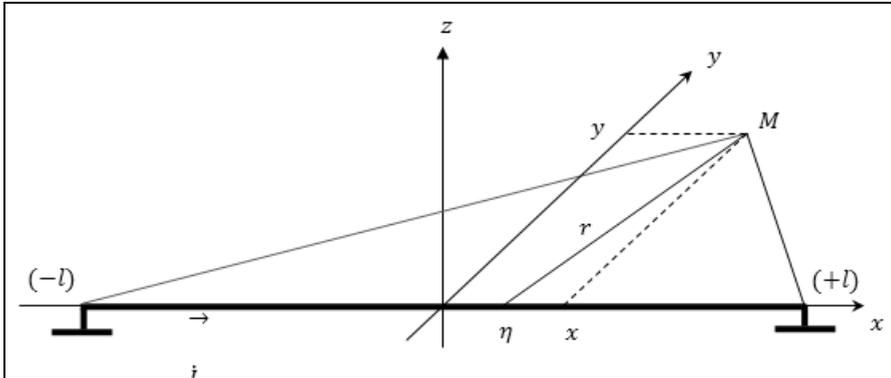


Рис. 1. Геометрическое представление задачи

Заметим, что результат может быть представлен в виде геометрической суммы полей двух однотипных заземленных отрезков кабеля с длинами $(\ell+x)$ и $(\ell-x)$. Сходство этих полей в том, что в обоих случаях они определяются на перпендикуляре, опущенном на конец отрезка. Это простое соображение позволяет ограничиться исследованием случая, изображенного на рисунке 2.

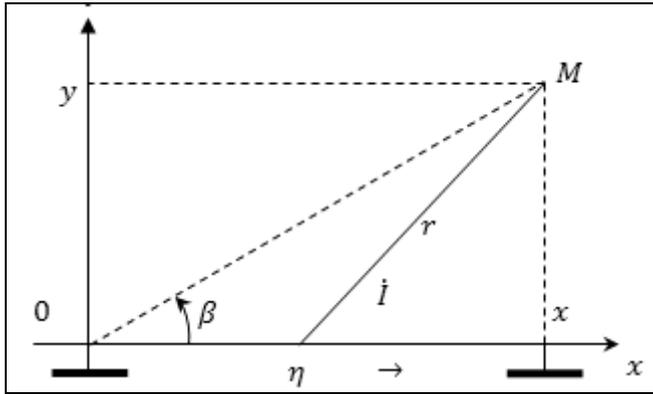


Рис. 2. Упрощенное геометрическое представление решаемой задачи

Тогда формулы (1) принимают вид:

$$\begin{aligned} \dot{E}_x &= -\frac{\dot{I}}{2\pi\sigma \cdot y^2} \cdot \left\{ \cos \beta \cdot \sin^2 \beta + \int_0^{\cos \beta} [1 - (1+kr) \cdot \exp(-kr)] \cdot dU \right\}; \\ \dot{E}_y &= \frac{\dot{I}}{2\pi\sigma \cdot y^2} \cdot (1 - \sin^3 \beta); \\ \dot{H}_x &= \frac{\dot{I}}{2\pi \cdot y} \cdot \left[I_1\left(\frac{ky}{2}\right) \cdot K_1\left(\frac{ky}{2}\right) - \sin^2 \beta \cdot I_1\left(\frac{ky}{2\sin \beta}\right) \cdot K_1\left(\frac{ky}{2\sin \beta}\right) \right]; \\ \dot{H}_y &= \frac{\dot{I}}{2\pi \cdot y} \cdot \left\{ \sin \beta \cdot \cos \beta \cdot I_1\left(\frac{ky}{2\sin \beta}\right) \cdot K_1\left(\frac{ky}{2\sin \beta}\right) + \right. \\ &\quad \left. + \frac{k^2 y^2 \cos \beta}{8} \int_0^{\cos \beta} \left[I_0\left(\frac{kr}{2}\right) \cdot K_0\left(\frac{kr}{2}\right) - I_2\left(\frac{kr}{2}\right) \cdot K_2\left(\frac{kr}{2}\right) \right] \frac{dU}{(1-U^2)^{3/2}} \right\}; \\ \dot{H}_z &= \frac{\dot{I}}{2\pi \cdot y} \cdot \int_0^{\cos \beta} \frac{3 - (3 + 3kr + k^2 r^2) \cdot e^{-kr}}{r^5} \cdot dU, \end{aligned} \quad (2)$$

где $r = \frac{y}{\sqrt{1-u^2}}$.

Комплексные функции, описывающие в (2) значения $\dot{E}_x, \dot{E}_y, \dot{H}_x, \dot{H}_y, \dot{H}_z$ зависят от двух переменных β и ky , что упрощает их аналитическое и численное исследование, а кроме того, позволяет существенно сократить объем таблиц, необходимых для расчета поля, так как таблицы [1], составленные по формулам (1), зависят от трех параметров.

Приближенное выражение для величины E_x можно получить, исследуя численные значения интеграла, входящего в первое уравнение системы (2). Семейство фазовых диаграмм рассчитывается по формуле



$$Q(k_0 y, \cos \beta) = \frac{1}{k_0 y} \cdot \int_0^{\cos \beta} [1 - (1 + kr) \cdot \exp(-kr)] \cdot dU,$$

где $k_0 = \sqrt{\frac{\omega \mu_0 \sigma}{2}}$; $r = \frac{(1-j)k_0 y}{\sqrt{1-U^2}}$.

Очевидно, что

$$Q(k_0 y, \cos \beta) \approx \cos \beta \cdot Q'(k_0 y),$$

где $Q(k_0 y) = \frac{1}{k_0 y} \cdot \int_0^1 [1 - (1 + kr) \cdot \exp(-kr)] \cdot dU = \frac{1 - ky \cdot K_1(ky)}{k_0 y}$.

48

Снижение точности вычисления $Q(k_0 y, \cos \beta)$ по приближенной формуле при $k_0 y \rightarrow 0$ компенсируется в выражении для \dot{E}_x большим весом вне интегрального члена. Таким образом,

$$\dot{E}_x \approx -\frac{\dot{I} \cdot \cos \beta}{2\pi\sigma \cdot y^2} \cdot (\sin^2 \beta + 1 - ky \cdot K_1(ky)).$$

Используем приближенное выражение интеграла Карсона [2], описывающего электрическое поле бесконечной линии. Тогда

$$(1 - ky \cdot K_1(ky)) \approx \frac{k^2 y^2}{4} \cdot \ln\left(1 + \frac{4}{k^2 y^2}\right).$$

Таким образом,

$$\dot{E}_x \approx -\frac{\dot{I} \cdot \cos \beta}{2\pi\sigma \cdot y^2} \cdot \left(\sin^2 \beta + \frac{k^2 y^2}{4} \ln\left(1 + \frac{4}{k^2 y^2}\right)\right).$$

Выражение для расчета \dot{E}_y не нуждается в упрощении.

Для получения приближенных выражений горизонтальных составляющих магнитного поля, используя способ «пределных точек» [3], запишем: $I_1(Z)K_1(Z) \approx \frac{1}{2\sqrt{1+Z^2}}$. При этом для $\arg Z = \frac{\pi}{4}$ погрешность в определении модуля не превосходит 8%. Формула для вычисления \dot{H}_x приобретает вид:

$$H_x \approx \frac{\dot{I}}{2\pi \cdot y} \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{4+k^2 y^2}} - \frac{\sin^3 \beta}{\sqrt{4\sin^2 \beta + k^2 y^2}}\right).$$

Вычисление \dot{H}_y является наиболее трудоемким из всех прочих составляющих, поскольку в его состав входит выражение:

$$I = \left\{ \int \left[I_0\left(\frac{kr}{2}\right) \cdot K_0\left(\frac{kr}{2}\right) - I_2\left(\frac{kr}{2}\right) \cdot K_2\left(\frac{kr}{2}\right) \right] \frac{dU}{(1-U^2)^{3/2}} \right\}.$$



Введем замену переменных $\frac{kr}{2} = Z \left[U = \sqrt{Z^2 - \frac{k^2 y^2}{2}} / Z \right]$, учитывая, что $I_0(Z)K_0(Z) - I_2(Z)K_2(Z) = -\frac{2}{Z} [I_1(Z)K_1(Z)]'_Z$.

Тогда

$$I = \frac{4}{ky} \int [I_1(Z)K_1(Z)]'_Z \frac{dZ}{\sqrt{Z^2 - \frac{k^2 y^2}{4}}} = -\frac{4}{ky} \cdot \frac{I_1(Z)K_1(Z)}{\sqrt{Z^2 - \frac{k^2 y^2}{4}}} - \frac{4}{ky} \int \frac{I_1(Z)K_1(Z)ZdZ}{(Z^2 - \frac{k^2 y^2}{4})^{3/2}}.$$

Выполняя замену произведения функций Бесселя приближенным выражением, после ряда преобразований получим:

$$I = \frac{8}{ky} \cdot \frac{\sqrt{Z^2 - \frac{k^2 y^2}{4}}}{(4 + k^2 y^2) \sqrt{1 + Z^2}}.$$

Используя способ «пределных точек» для функции двух переменных, получаем выражение:

$$\dot{H}_y \approx \frac{i}{2\pi y} \cdot \frac{\cos \beta}{(4 + k^2 y^2)} \cdot \left(2 + \frac{k^2 y^2 \sin^2 \beta}{4 \sin^2 \beta + k^2 y^2} \right).$$

Приближенные решения для электромагнитного поля, создаваемого током прямолинейного проводника конечной длины, при $k \rightarrow 0$ переходят в равенства, справедливые для провода, питаемого постоянным током. При больших значениях $|ky|$ они вырождаются в формулы, совпадающие с результатами, полученными из точного решения (1).

При $\cos \beta \rightarrow 0$ и $\cos \beta \rightarrow 1$ получаем приближенные выражения для поля дипольного источника и полубесконечной линии соответственно. В частности, для полубесконечной линии имеем:

$$\dot{H}_x \approx \frac{i}{2\pi y \sqrt{4 + k^2 y^2}}; \dot{H}_y \approx \frac{ki}{2\pi \sqrt{4 + k^2 y^2}}; \dot{H}_z \approx \frac{i}{\pi y \sqrt{4 + k^2 y^2}}.$$

При этом $\dot{H}_x^2 = \dot{H}_y^2 + \dot{H}_z^2; \frac{\dot{H}_y}{\dot{H}_z} = \frac{ky}{2}.$

Проверка численных значений приближенных решений с помощью таблиц [1] показала, что погрешность не превышает $\pm 10\%$, и это соответствует единицам градусов по углу.

Таким образом, полученные приближенные решения охватывают всю область изменений исходных параметров и могут быть использованы для решения прикладных задач, связанных с оценкой электромагнитной совместимости [4] радиоэлектронных средств и систем.



Список литературы

1. *Вешев А.В.* Электропрофилирование на постоянном и переменном токе. Л., 1990.
2. *Костенко М.В.* Взаимные сопротивления между воздушными линиями с учетом поверхностного эффекта в земле // *Электричество*. 1955. № 10. С. 53–65.
3. *Костенко М.В.* Приближенная аппроксимация монотонных функция способом «пределных точек» // *Известия вузов: Энергетика*. 1958. № 9. С. 28–41.
4. *Пониматкин В.Е., Шпилевой А.А., Типикин А.А.* Способ укорочения антенны включением преобразователя импедансов в плечо вибратора // *Вестник Балтийского федерального университета им. И. Канта*. 2014. № 4. С. 74–81.

50

Об авторах

Виктор Ефимович Пониматкин – канд. техн. наук, ст. науч. сотр., доц., Балтийский федеральный университет им. И. Канта, Калининград.

E-mail: VPonimatkin@kantiana.ru

Андрей Алексеевич Шпилевой - канд. физ.-мат. наук, доц., Балтийский федеральный университет им. И. Канта, Калининград.

E-mail: AShpilevoi@kantiana.ru

Вячеслав Леонидович Евстратов – ст. преп., филиал ВУНЦ ВМФ ВМА, Калининград.

E-mail: VPonimatkin@kantiana.ru

About the authors

Dr Viktor Ponimatkin, Senior Research Fellow, Associate Professor, I. Kant Baltic Federal University.

E-mail: VPonimatkin@kantiana.ru

Dr Andrey Shpilevoy, Associate Professor, I. Kant Baltic Federal University, Kaliningrad.

E-mail: AShpilevoi@kantiana.ru

Vyacheslav Evstratov, Assistant Professor, Branch of the Naval Academy, Kaliningrad.

E-mail: VPonimatkin@kantiana.ru.